

文章编号: 1000-7598 (2012) 10-3059-08

考虑软土结构性损伤的柱形孔扩张理论分析

雷华阳^{1,2}, 丁小冬¹, 张万春¹

(1. 天津大学 土木工程系, 天津 300072; 2. 天津大学 滨海土木工程结构与安全教育部重点实验室, 天津 300072)

摘要: 采用考虑结构性损伤的四折线应变软化模型, 针对管桩沉桩过程中产生的挤土效应, 得出改进的柱形孔扩张理论解, 并与已有模型进行对比分析, 结果表明, 简化的四折线模型与软土的典型压缩曲线最为接近, 提出了四折线模型中各直线段和相应参数的确定方法。采用 Mohr-Coulomb 屈服准则和相关联流动法则, 提出了桩周不同区域内土体的应力、应变计算公式, 给出了极限软化半径、极限破坏半径和极限扩张压力的计算方法。结合工程实例, 通过对比分析发现, 四折线模型的位移计算值与实测值最为接近, 能更好地符合管桩挤土效应的实际情况。

关键词: 软土结构性; 损伤; 柱形孔扩张; 管桩; 四折线模型

中图分类号: TU 447

文献标识码: A

Analysis of cylindrical cavity expansion theory considering damage of soft soil structure

LEI Hua-yang^{1,2}, DING Xiao-dong¹, ZHANG Wan-chun¹

(1. School of Civil Engineering, Tianjin University, Tianjin 300072, China;

2. Key Laboratory of Coast Civil Structure Safety of Ministry of Education, Tianjin University, Tianjin 300072, China)

Abstract: Using four-fold line strain softening model which considers the structure damage, according to the effect of squeezing soil when pipe sinking, the improved cylindrical cavity expansion theory is deduced; and it is compared with the existing models; the results indicate that the simplified four-fold line model is proximate with the typical compressing curve; and the method for determining each line and relevant factors is put forward. The formulas of stress and strain for each region around pile and the method for determining ultimate softening radius, ultimate destructive radius and ultimate expanding press are obtained by using Mohr-Coulomb yield criterion and associated with flow rule. On the basis of engineering case study, the improved cylindrical cavity expansion theory using four-fold line strain softening model is compared with the existing models; the results indicate that the displacement calculation of four-fold line model is the closest to the measured value; so the model can satisfy the practical engineering of squeezing soil more effectively.

Key words: soft soil structure; damage; cylindrical cavity expansion; pipe pile; four-fold line model

1 引言

管桩在我国的应用越来越广泛, 其在承载力、抗弯、抗拔性能方面有显著的优越性。然而管桩施工会引起明显的挤土效应, 桩周土体被压密, 改变了桩周土体的位移和应力状态^[1], 会影响建筑物、地下管线等的正常使用。

随着工程实践的发展, 学者们对管桩挤土效应的理论研究也越来越深入。柱形孔扩张理论是分析

沉桩对周围土体影响的一种重要方法, Buutterfield 等^[2]率先将一维平面应变下的柱形孔扩张理论引入沉桩挤土效应的问题中。Vesic^[3]进行了弹塑性假定, 得到了柱形孔扩张问题的基本解答。由于软土的压缩曲线存在显著的应变软化阶段, 因而在推导柱形孔扩张理论时有必要考虑软土的结构性损伤。蒋明镜等^[4] (1995) 在考虑应变软化的基础上提出了应力一次跌落应变软化模型, 得到了不同软化程度对柱形孔扩张时应力场、位移场及塑性区开展规律的

收稿日期: 2012-02-24

基金项目: 国家自然科学基金(No. 51078262); 国家(973)重点基础研究发展计划(No. 2010CB732106); 岩土及地下工程教育部重点实验室(同济大学)开放课题(No. KLE-TJGE-B1101)。

第一作者简介: 雷华阳, 女, 1974年生, 副教授, 主要从事岩土工程的教学与科研工作。E-mail: Leihuayang74@yahoo.com.cn

影响。姜珂^[5]、方万军^[6]、孙渝刚^[7]采用三折线软化模型,推导了柱形孔扩张问题的理论解答,同时分析了不同因素的影响。

前人对于结构性损伤的考虑集中在应力一次跌落应变软化模型和三折线应变软化模型,本文拟在考虑软土结构性损伤的前提下,采用简化的四折线应变软化模型,通过 Mohr-Coulomb 屈服准则和相关联流动法则,推导出改进的柱形孔扩张理论计算方法,并与前人的研究成果进行对比。

2 应变软化四折线模型

对于柱形孔扩张理论,考虑软土的结构性损伤时,依据结构性软土应变软化的典型应力-应变关系曲线,可通过四折线模型将其分为四个阶段:即弹性阶段 OA ,此时土体的应力小于峰值应力,应力-应变基本呈线性关系;第 1 塑性破坏阶段 AB ,土体的应力达到峰值应力后出现屈服台阶,应力保持不变,应变继续增大;软化阶段 BD ,应变增大到一定程度后,应力开始减小,呈应变软化现象;第 2 塑性破坏阶段 DE ,应力减小到残余应力,达到完全塑性状态,如图 1 所示。与三折线模型相比,四折线模型多了一个塑性破坏阶段,其应力-应变关系与实际的应力-应变关系更为接近。

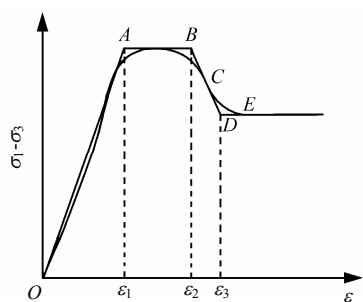


图 1 应变软化四折线模型的确定
Fig.1 Determination of four-fold line strain softening model

应变软化四折线模型各直线段及其相应参数可通过如下方法获得:对压缩试验曲线的上升段,过原点 O 作切线交峰值应力强度处的水平切线于 A 点;作曲线下降段拐点 C 的切线,交峰值强度处的水平切线于点 B ,交残余强度处点 E 的延长线于点 D ,连接上述各点即可得到简化四折线应变软化关系曲线。

假设 A 点的应变为 ε_1 , B 点的应变为 ε_2 , D 点的应变为 ε_3 ,同时令

$$\gamma = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} \quad (1)$$

$$\delta = \frac{\varepsilon_3}{\varepsilon_2} \quad (2)$$

式中: γ 为软化区初始阶段应变与第一塑性破坏区结束阶段应变的比值, δ 为第二塑性破坏区初始阶段与软化区结束阶段应变的比值。

柱形孔扩张理论中,随着内压力的逐渐增大,孔外介质分为 4 个区域:弹性区、第 1 塑性破坏区、软化区和第 2 塑性破坏区,如图 2 所示。

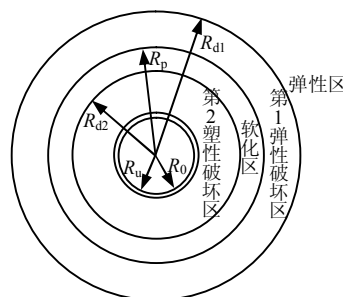


图 2 采用四折线应变软化模型时桩周土体的分区
Fig.2 Regions around pile using four-fold line strain softening model

变软化四折线模型的基本假定为:(1)土体为均质、各向同性的无限介质;(2)土体具有均布的内压力 p_0 ;(3)土体材料屈服服从修正后的相应屈服准则。

采用 Mohr-Coulomb 屈服准则,当土体开始产生损伤,进入第 1 塑性破坏状态时,采用第 2 屈服函数:

$$F_1 = \sigma_p - \eta \sigma_\phi - p_s = 0 \quad (3)$$

$$\text{其中 } \eta = \frac{1 + \sin \phi}{1 - \sin \phi}, \quad p_s = \frac{2c \cos \phi}{1 - \sin \phi}$$

式中: c , ϕ 为土体的初始黏聚力和内摩擦角。

土体进入线性软化阶段时,采用第 2 屈服函数:

$$F_2 = \sigma_p - \eta \sigma_\phi - p_s + w(\varepsilon_p - \varepsilon_p|_{p=R_p}) = 0 \quad (4)$$

式中: w 为软化系数。

土体进入第 2 塑性破坏阶段时,采用第 3 屈服函数:

$$F_3 = \sigma_p - k_1 \eta \sigma_\phi - k_2 p_s = 0 \quad (5)$$

式中: k_1 , k_2 为损伤参数,分别为

$$\left. \begin{aligned} k_1 &= \frac{1 + \sin \phi_r}{(1 - \sin \phi_r) \eta} \\ k_2 &= \frac{2c_r \cos \phi_r}{(1 - \sin \phi_r) p_s} \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

式中: c_r 、 ϕ_r 分别为土体的残余黏聚力和残余内摩擦角。

软化阶段和破坏阶段采用非相关联流动法则来考虑土体的剪胀性, 分别满足如下公式:

第 1 塑性破坏阶段:

$$\frac{\varepsilon_\rho^{d1}}{\varepsilon_\phi^{d1}} = -\frac{1}{f_1} \quad (7)$$

软化阶段:

$$\frac{\varepsilon_\rho^p}{\varepsilon_\phi^p} = -\frac{1}{h} \quad (8)$$

第 2 塑性破坏阶段:

$$\frac{\varepsilon_\rho^{d2}}{\varepsilon_\phi^{d2}} = -\frac{1}{f_2} \quad (9)$$

式 (7) ~ (9) 中: ε_ρ^{d1} 、 ε_ρ^{d2} 及 ε_ρ^p 分别为第 1、2 塑性破坏区和软化区的径向应变; ε_ϕ^{d1} 、 ε_ϕ^{d2} 及 ε_ϕ^p 分别为第 1、2 塑性破坏区和软化区的环向应变; f_1 、 f_2 分别为第 1、第 2 塑性破坏区的剪胀率; h 为软化区的剪胀率, 剪胀率与各阶段土体的内摩擦角有关, 第一塑性阶段和软化阶段的内摩擦角都取为峰值强度得到的值, 第二塑性破坏阶段的内摩擦角根据残余强度求得。

$$\left. \begin{aligned} f_1 &= \frac{1 + \sin \phi}{1 - \sin \phi} \\ h &= \frac{1 + \sin \phi}{1 - \sin \phi} \\ f_2 &= \frac{1 + \sin \phi_r}{1 - \sin \phi_r} \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

3 柱形孔扩张问题的理论推导

柱形孔扩张问题属于平面应变轴对称问题, 可以采用极坐标进行解答, 公式推导如下: 平衡微分方程为

$$\frac{d\sigma_\rho}{d\rho} + \frac{\sigma_\rho - \sigma_\phi}{\rho} = 0 \quad (11)$$

几何方程为

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_\rho &= -\frac{du_\rho}{d\rho} \\ \varepsilon_\phi &= -\frac{u_\rho}{\rho} \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

物理方程为

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_\rho &= \frac{1 - \mu^2}{E} \left(\sigma_\rho - \frac{\mu}{1 - \mu} \sigma_\phi \right) \\ \varepsilon_\phi &= \frac{1 - \mu^2}{E} \left(\sigma_\phi - \frac{\mu}{1 - \mu} \sigma_\rho \right) \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

相容方程为:

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \right) \Phi = 0 \quad (14)$$

3.1 弹性区解答

根据弹性力学知识, 由式 (11) ~ (14), 结合柱形孔内表面边界条件 $(\sigma_\rho)_{\rho=R_0} = p$ 可得应力和位移的表达式为

$$\left. \begin{aligned} \sigma_\rho &= \frac{R_0^2}{\rho^2} p \\ \sigma_\phi &= -\frac{R_0^2}{\rho^2} p \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

$$u_\rho = \frac{1 + \mu}{E} \frac{R_0^2 p}{\rho} \quad (16)$$

在弹性区 D_e 内, 考虑土体内初始应力为 p_0 , 式 (15) 可近似化为

$$\left. \begin{aligned} \sigma_\rho &= \frac{R_0^2}{\rho^2} (p - p_0) + p_0 \\ \sigma_\phi &= -\frac{R_0^2}{\rho^2} (p - p_0) + p_0 \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

由式 (16) 可近似得到考虑初始应力 p_0 的弹性区位移解为

$$u_\rho = \frac{(1 + \mu)}{E} \frac{R_0^2}{\rho} (p - p_0) \quad (18)$$

将式 (18) 代入式 (12) 可得:

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_\rho &= \frac{1 + \mu}{E} \frac{R_0^2}{\rho^2} (p - p_0) \\ \varepsilon_\phi &= -\frac{1 + \mu}{E} \frac{R_0^2}{\rho^2} (p - p_0) \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

在弹性区和第 1 塑性破坏区的分界面处, 满足第 1 屈服函数, 则可得到分界面处应力和应变分别为

$$\left. \begin{aligned} \sigma_\rho|_{\rho=R_{d1}} &= \frac{2\eta}{1 + \eta} p_0 + \frac{1}{1 + \eta} p_s \\ \sigma_\phi|_{\rho=R_{d1}} &= \frac{2}{1 + \eta} p_0 - \frac{1}{1 + \eta} p_s \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_{\rho} \Big|_{\rho=R_{d1}} &= \frac{1+\mu}{E} \left(\frac{\eta-1}{1+\eta} p_0 + \frac{1}{1+\eta} p_s \right) \\ \varepsilon_{\varphi} \Big|_{\rho=R_{d1}} &= -\frac{1+\mu}{E} \left(\frac{\eta-1}{1+\eta} p_0 + \frac{1}{1+\eta} p_s \right) \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

3.2 第1塑性破坏区解答

在第1塑性破坏区内, 由式(3)和式(11)可得:

$$\frac{d\sigma_{\rho}}{d\rho} + \frac{1-\eta}{\rho} \sigma_{\rho} = -\frac{p_s}{\eta\rho} \quad (22)$$

上式为一阶线性非齐次微分方程, 由边界条件式(20)可得:

$$\sigma_{\rho} = \frac{2\eta}{1+\eta} \left(p_0 + \frac{1}{\eta-1} p_s \right) \left(\frac{R_{d1}}{\rho} \right)^{\frac{1}{\eta-1}} - \frac{p_s}{\eta-1} \quad (23)$$

将式(23)代入式(3)可得:

$$\sigma_{\varphi} = \frac{2}{1+\eta} \left(p_0 + \frac{1}{\eta-1} p_s \right) \left(\frac{R_{d1}}{\rho} \right)^{\frac{1}{\eta-1}} - \frac{p_s}{\eta-1} \quad (24)$$

第1塑性破坏区的应变可以表示为

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_{\rho} &= \varepsilon_{\rho} \Big|_{\rho=R_{d1}} + \varepsilon_{\rho}^{d1} \\ \varepsilon_{\varphi} &= \varepsilon_{\varphi} \Big|_{\rho=R_{d1}} + \varepsilon_{\varphi}^{d1} \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

由式(7)、式(12)、式(21)和式(25)可得:

$$\frac{du_{\rho}}{d\rho} + \frac{1}{f_1} \frac{u_{\rho}}{\rho} = \frac{1-f_1}{f_1} A \quad (26)$$

式中 $A = \frac{1+\mu}{E} \left(\frac{\eta-1}{1+\eta} p_0 + \frac{1}{1+\eta} p_s \right)$ 。

由边界条件 $u_{\rho} \Big|_{\rho=R_{d1}} = R_{d1} A$ 可求得式(26)的位移解为

$$u_{\rho} = \frac{1-f_1}{1+f_1} A \rho + \frac{2f_1}{1+f_1} R_{d1} A \left(\frac{R_{d1}}{\rho} \right)^{\frac{1}{f_1}} \quad (27)$$

将式(27)代入式(12)可得到应变解为

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_{\rho} &= \frac{f_1-1}{f_1+1} A + \frac{2}{f_1+1} A \left(\frac{R_{d1}}{\rho} \right)^{\frac{1+f_1}{f_1}} \\ \varepsilon_{\varphi} &= \frac{f_1-1}{f_1+1} A - \frac{2f_1}{f_1+2} A \left(\frac{R_{d1}}{\rho} \right)^{\frac{1+f_1}{f_1}} \end{aligned} \right\} \quad (28)$$

假设在第1塑性破坏区与软化区的分界面处满足 $\varepsilon_{\rho} \Big|_{\rho=R_p} = \gamma \varepsilon_{\rho} \Big|_{\rho=R_{d1}}$, 则由式(21)和式(28)可得:

$$\gamma = \frac{f_1-1}{f_1+1} + \frac{2}{f_1+1} \left(\frac{R_{d1}}{R_p} \right)^{\frac{1+f_1}{f_1}} \quad (29)$$

3.3 软化区解答

在软化区内, 由塑性增量本构理论可知:

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_{\rho} &= \varepsilon_{\rho} \Big|_{\rho=R_p} + \varepsilon_{\rho}^p \\ \varepsilon_{\varphi} &= \varepsilon_{\varphi} \Big|_{\rho=R_p} + \varepsilon_{\varphi}^p \end{aligned} \right\} \quad (30)$$

由式(8)、式(12)、式(28)和式(30)可得:

$$\frac{du_{\rho}}{d\rho} + \frac{1}{h} \frac{u_{\rho}}{\rho} = -\frac{\gamma h + \varsigma}{h} A \quad (31)$$

式中: $\varsigma = \frac{f_1-1}{f_1+1} + \frac{f_1(f_1+1)}{f_1+2} \left(\frac{f_1-1}{f_1+1} - \gamma \right)$ 。

根据第1塑性破坏区中的边界条件 $u_{\rho} \Big|_{\rho=R_p}$ 可得其位移解为

$$\left. \begin{aligned} u_{\rho} &= \left[\frac{1-f_1}{1+f_1} A R_p + \frac{2f_1}{2+f_1} R_{d1} A \left(\frac{R_{d1}}{R_p} \right)^{\frac{1}{f_1}} + \frac{\gamma h + \varsigma}{h+1} A R_p \right] \\ &\quad \left(\frac{R_p}{\rho} \right)^{\frac{1}{h}} - \frac{\gamma h + \varsigma}{1+h} A \rho \end{aligned} \right\} \quad (32)$$

将式(32)代入式(12)得:

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_{\rho} &= \left[\frac{1-f_1}{1+f_1} + \frac{2f_1}{2+f_1} \left(\frac{R_{d1}}{R_p} \right)^{\frac{1+f_1}{f_1}} + \frac{\gamma h + \varsigma}{1+h} \right] \\ &\quad \frac{A}{h} \left(\frac{R_p}{\rho} \right)^{\frac{1+h}{h}} + \frac{\gamma h + \varsigma}{1+h} A \\ \varepsilon_{\varphi} &= - \left[\frac{1-f_1}{1+f_1} A + \frac{2f_1}{2+f_1} A \left(\frac{R_{d1}}{R_p} \right)^{\frac{1+f_1}{f_1}} + \frac{\gamma h + \varsigma}{1+h} A \right] \\ &\quad \left(\frac{R_p}{\rho} \right)^{\frac{1+h}{h}} + \frac{\gamma h + \varsigma}{1+h} A \end{aligned} \right\} \quad (33)$$

将式(28)、式(33)代入式(30)可得:

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_{\rho}^p &= \left[\frac{1-f_1}{1+f_1} AR_p + \frac{2f_1}{2+f_1} R_{d1} A \left(\frac{R_{d1}}{R_p} \right)^{\frac{1}{f_1}} + \frac{\gamma h + \varsigma}{1+h} AR_p \right] \\ &\quad \frac{1}{h} \frac{1}{R_p} \left(\frac{R_p}{\rho} \right)^{\frac{1+h}{h}} + \frac{\gamma h + \varsigma}{1+h} A - \frac{f_1 - 1}{f_1 + 1} A - \\ &\quad \frac{2}{f_1 + 1} A \left(\frac{R_{d1}}{R_p} \right)^{\frac{1+f_1}{f_1}} \\ \varepsilon_{\phi}^p &= - \left[\frac{2-f_1}{2+f_1} A + \left(\frac{R_0^2}{R_{d1}} - \frac{2-f_1}{2+f_1} R_{d1} \right) \frac{1}{R_p} A \left(\frac{R_{d1}}{R_p} \right)^{\frac{2}{f_1}} + \right. \\ &\quad \left. \frac{\gamma h + 2\varsigma}{2+h} A \right] \left(\frac{R_p}{\rho} \right)^{\frac{2+h}{h}} + \frac{\gamma h + 2\varsigma}{2+h} A - \frac{f_1 - 2}{f_1 + 2} A + \\ &\quad \left(\frac{R_0^2}{R_{d1}^2} - \frac{2-f_1}{f_1 + 2} \right) A \left(\frac{R_{d1}}{R_p} \right)^{\frac{2+f_1}{f_1}} \end{aligned} \right\} \quad (34)$$

由式 (4)、式 (11) 和式 (34) 可得:

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma_{\rho}}{d\rho} + \frac{1-\frac{1}{\eta}}{\rho} \sigma_{\rho} &= -\frac{p_s}{\rho\eta} + \frac{w}{\rho\eta} \\ &\quad \left\{ \left[\frac{1-f_1}{1+f_1} AR_p + \frac{2f_1}{2+f_1} R_{d1} A \left(\frac{R_{d1}}{R_p} \right)^{\frac{1}{f_1}} + \right. \right. \\ &\quad \left. \frac{\gamma h + \varsigma}{1+h} AR_p \right] \frac{1}{h} \frac{1}{R_p} \left(\frac{R_p}{\rho} \right)^{\frac{1+h}{h}} + \\ &\quad \left. \frac{\gamma h + \varsigma}{1+h} A - \frac{f_1 - 1}{f_1 + 1} A - \frac{2}{f_1 + 1} A \left(\frac{R_{d1}}{R_p} \right)^{\frac{1+h}{h}} \right\} \end{aligned} \quad (35)$$

结合第 1 塑性区应力的边界条件可得:

$$\begin{aligned} \sigma_{\rho} &= \left[\frac{\gamma h + \varsigma}{1+h} A - \frac{f_1 - 1}{f_1 + 1} A + \frac{2f_1}{f_1 + 2} A \left(\frac{R_{d1}}{R_p} \right)^{\frac{1+f_1}{f_1}} \right] \\ &\quad \frac{w}{h+\eta} \left(\frac{R_p}{\rho} \right)^{\frac{1+h}{h}} + \frac{\gamma h + \varsigma}{1+h} A \frac{w}{\eta - 1} - \\ &\quad \frac{f_1 - 1}{f_1 + 1} A \frac{w}{\eta - 1} - \frac{2wA}{f_1 + 1} \left(\frac{R_{d1}}{R_p} \right)^{\frac{1+f_1}{f_1}} \\ &\quad \frac{1}{\eta - 1} - \frac{p_s}{\eta - 1} \end{aligned} \quad (36)$$

将式 (36) 代入式 (4) 可得:

$$\begin{aligned} \sigma_{\phi} &= \left[\frac{1-f_1}{1+f_1} + \frac{2f_1}{f_1 + 2} \left(\frac{R_{d1}}{R_p} \right)^{\frac{1+f_1}{f_1}} + \frac{\gamma h + \varsigma}{1+h} \right] \\ &\quad \frac{wA(2h+\eta)}{h\eta(h+\eta)} \left(\frac{R_p}{\rho} \right)^{\frac{1+h}{h}} + \frac{\gamma h + \varsigma}{1+h} \frac{wA}{\eta - 1} - \\ &\quad \frac{f_1 - 1}{f_1 + 1} \frac{wA}{\eta - 1} - \frac{2wA}{f_1 + 1} \left(\frac{R_{d1}}{R_p} \right)^{\frac{1+f_1}{f_1}} \frac{1}{\eta - 1} - \frac{p_s}{\eta - 1} \end{aligned} \quad (37)$$

假设在软化区与第 2 塑性破坏区的分界面处满足 $\varepsilon_{\rho}|_{\rho=R_{d2}} = \delta \varepsilon_{\rho}|_{\rho=R_p}$, 则由式 (28) 和式 (33) 可得

$$\begin{aligned} \delta &= \frac{1}{\gamma h} \left[\frac{1-f_1}{1+f_1} + \frac{2f_1}{2+f_1} \left(\frac{R_{d1}}{R_p} \right)^{\frac{1+f_1}{f_1}} + \right. \\ &\quad \left. \frac{\gamma h + \varsigma}{1+h} \right] \left(\frac{R_p}{R_{d2}} \right)^{\frac{1+h}{h}} + \frac{1}{\gamma} \frac{\gamma h + \varsigma}{1+h} \end{aligned} \quad (38)$$

3.4 第 2 塑性破坏区解答

与软化区的推导过程类似, 可得到第 2 塑性破坏区的位移、应变和应力的计算公式如下:

$$\begin{aligned} u_{\rho} &= -\frac{f_2 M + N}{f_2 + 1} \rho + \left\{ \left[\frac{1-f_1}{1+f_1} AR_p + \right. \right. \\ &\quad \left. \frac{2f_1}{2+f_1} R_{d1} A \left(\frac{R_{d1}}{R_p} \right)^{\frac{1}{f_1}} + \frac{\gamma h + \varsigma}{1+h} AR_p \right] \\ &\quad \left(\frac{R_p}{R_{d2}} \right)^{\frac{1}{h}} - \frac{\gamma h + \varsigma}{1+h} AR_{d2} + \frac{f_2 M + N}{f_2 + 1} R_{d2} \left\{ \left(\frac{R_{d2}}{\rho} \right)^{\frac{1}{f_2}} \right. \end{aligned} \quad (39)$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_{\rho} &= \frac{f_2 M + N}{f_2 + 1} + \left\{ \left[\frac{1-f_1}{1+f_1} + \frac{2f_1}{2+f_1} \left(\frac{R_{d1}}{R_p} \right)^{\frac{1+f_1}{f_1}} + \frac{\gamma h + \varsigma}{1+h} \right] \right. \\ &\quad \left. A \left(\frac{R_p}{R_{d2}} \right)^{\frac{1+h}{h}} - \frac{\gamma h + \varsigma}{1+h} A + \frac{f_2 M + N}{f_2 + 1} \right\} \frac{1}{f_2} \left(\frac{R_{d2}}{\rho} \right)^{\frac{1+f_2}{f_2}} \\ \varepsilon_{\phi} &= \frac{f_2 M + N}{f_2 + 1} - \left\{ \left[\frac{1-f_1}{1+f_1} + \frac{2f_1}{2+f_1} \left(\frac{R_{d1}}{R_p} \right)^{\frac{1+f_1}{f_1}} + \frac{\gamma h + \varsigma}{1+h} \right] \right. \\ &\quad \left. A \left(\frac{R_p}{R_{d2}} \right)^{\frac{1+h}{h}} - \frac{\gamma h + \varsigma}{1+h} A + \frac{f_2 M + N}{f_2 + 1} \right\} \left(\frac{R_{d2}}{\rho} \right)^{\frac{1+f_2}{f_2}} \end{aligned} \quad (40)$$

其中

$$M = \left[\frac{1-f_1}{1+f_1} + \frac{2f_1}{2+f_1} \left(\frac{R_{d1}}{R_p} \right)^{\frac{1+f_1}{f_1}} + \frac{\gamma h + \varsigma}{1+h} \right] \frac{A}{h} \left(\frac{R_p}{R_{d2}} \right)^{\frac{1+h}{h}} + \frac{\gamma h + \varsigma}{1+h} A$$

$$N = - \left[\frac{1-f_1}{1+f_1} + \frac{2f_1}{2+f_1} \left(\frac{R_{d1}}{R_p} \right)^{\frac{1+f_1}{f_1}} + \frac{\gamma h + \varsigma}{1+h} \right] A \left(\frac{R_p}{R_{d2}} \right)^{\frac{1+h}{h}} + \frac{\gamma h + \varsigma}{1+h} A$$

$$\sigma_\rho = (p_u + c_r \cot \phi_r) \left(\frac{R_u}{\rho} \right)^{\frac{2 \sin \phi_r}{1 + \sin \phi_r}} - c_r \cot \phi_r \quad (41)$$

$$\sigma_\phi = \frac{1 - \sin \phi_r}{1 + \sin \phi_r} \left[(p_u + c_r \cot \phi_r) \left(\frac{R_u}{\rho} \right)^{\frac{2 \sin \phi_r}{1 + \sin \phi_r}} - c_r \cot \phi_r - \frac{2 c_r \cos \phi_r}{1 - \sin \phi_r} \right] \quad (42)$$

4 极限扩张半径与极限扩张压力值

采用四折线模型时, 柱形孔扩张后体积应满足如下的关系:

$$\Delta V = \Delta V_e + \Delta V_{d1} + \Delta V_p + \Delta V_{d2} \quad (43)$$

式中: ΔV 为扩孔体积变化值; ΔV_e 为弹性区体积变化值; ΔV_{d1} 为第 1 塑性破坏区体积变化值; ΔV_p 为软化区体积变化值; ΔV_{d2} 为第 2 塑性破坏区体积变化值。

则可得:

$$\pi R_u^2 - \pi R_0^2 = \pi R_{d1}^2 - \pi (R_{d1} - u_\rho|_{\rho=R_{d1}})^2 + \Delta V_{d1} + \Delta V_p + \Delta V_{d2} \quad (44)$$

由弹塑性力学知识可知, 空间问题的体应变为

$$\theta = \varepsilon_\rho + \varepsilon_\phi + \varepsilon_z \quad (45)$$

由于柱形孔扩张理论研究的是平面应变问题, 则 $\varepsilon_z = 0$, 上式可变为

$$\theta = \varepsilon_\rho + \varepsilon_\phi \quad (46)$$

第 1 塑性破坏区的体积变化值为

$$\Delta V_{d1} = 2\pi \int_{R_p}^{R_{d1}} \theta \rho d\rho \quad (47)$$

由式 (28)、(46) 和式 (47) 可知

$$\Delta V_{d1} = 2\pi A \left[\frac{f_1 - 1}{f_1 + 1} (R_{d1}^2 - R_p^2) + P \right] \quad (48)$$

与第 1 塑性破坏区相似, 可得到软化区和第 2 塑性破坏区的体积变化值分别为

$$\Delta V_p = 2\pi A \left[\frac{\gamma h + \varsigma}{1+h} (R_p^2 - R_{d2}^2) + Q \right] \quad (49)$$

$$\Delta V_{d2} = 2\pi \left[\frac{f_2 M + N}{f_2 + 1} (R_{d2}^2 - R_u^2) + S \right] \quad (50)$$

将式 (48)~(50) 代入式 (44), 并略去 $u_\rho|_{\rho=R_p}$ 的二阶平方项, 可得:

$$R_u^2 - R_0^2 = T + 2(PA + QA + S) \quad (51)$$

其中

$$P = \frac{4 - 2f_1^2}{(f_1 + 1)(2 + f_1)} \frac{f_1}{f_1 - 1} R_{d1}^{\frac{1+f_1}{f_1}} \left(R_{d1}^{\frac{1}{f_1}} - R_p^{\frac{1}{f_1}} \right)$$

$$Q = - \left[\frac{1-f_1}{1+f_1} + \frac{2f_1}{2+f_1} \left(\frac{R_{d1}}{R_p} \right)^{\frac{1+f_1}{f_1}} + \frac{\gamma h + \varsigma}{1+h} \right] R_p^{\frac{1}{h}} \left(R_p^{\frac{1}{h}} - R_{d2}^{\frac{1}{h}} \right)$$

$$S = - \left\{ \left[\frac{1-f_1}{1+f_1} + \frac{2f_1}{2+f_1} \left(\frac{R_{d1}}{R_p} \right)^{\frac{1+f_1}{f_1}} + \frac{\gamma h + \varsigma}{1+h} \right] A \left(\frac{R_p}{R_{d2}} \right)^{\frac{1+h}{h}} - \frac{\gamma h + \varsigma}{1+h} A + \frac{f_2 M + N}{f_2 + 1} \right\} R_{d2}^{\frac{1}{f_2}} \left(R_{d2}^{\frac{1}{f_2}} - R_u^{\frac{1}{f_2}} \right)$$

$$T = R_{d1}^2 A (2 - A) + 2 \frac{f_1 - 1}{f_1 + 1} (R_{d1}^2 - R_p^2) A + 2 \frac{\gamma h + \varsigma}{1+h} (R_p^2 - R_{d2}^2) A + 2 \frac{f_2 M + N}{f_2 + 2} (R_{d2}^2 - R_u^2)$$

由式 (29)、式 (38) 和式 (51) 可以求得极限第 1 塑性破坏区半径 R_{d1} 、软化区半径 R_p 与极限第 2 塑性破坏区半径 R_{d2} 。

由于在软化区与第 2 塑性破坏区分界面 $\rho = R_p$ 处的应力连续, 由式 (36) 和式 (41) 可得:

$$\left[\frac{1-f_1}{1+f_1} A + \frac{2f_1}{2+f_1} A \left(\frac{R_{d1}}{R_p} \right)^{\frac{1+f_1}{f_1}} + \frac{\gamma h + \varsigma}{1+h} A \right] \cdot \frac{w}{h + \eta} + \frac{\gamma h + \varsigma}{1+h} A \frac{w}{\eta - 1} - \frac{f_1 - 1}{f_1 + 1} A \frac{w}{\eta - 1} - \frac{2wA}{f_1 + 1} \left(\frac{R_{d1}}{R_p} \right)^{\frac{1+f_1}{f_1}} \frac{1}{\eta - 1} - \frac{p_s}{\eta - 1} = (p_u + c_r \cot \phi_r) \left(\frac{R_u}{R_p} \right)^{\frac{2 \sin \phi_r}{1 + \sin \phi_r}} - c_r \cot \phi_r \quad (52)$$

由上式可以得到土体的极限扩张压力值为

$$p_u = \left\{ \left[\frac{1-f_1}{1+f_1} + \frac{2f_1}{2+f_1} \left(\frac{R_{d1}}{R_p} \right)^{\frac{1+f_1}{f_1}} + \frac{\gamma h + \zeta}{1+h} \right] \frac{wA}{h+\eta} + \frac{1}{\eta-1} \left[wA \frac{\gamma h + \zeta}{1+h} - wA \frac{f_1-1}{f_1+1} - \frac{2wA}{f_1+1} \left(\frac{R_{d1}}{R_p} \right)^{\frac{1+f_1}{f_1}} - p_s \right] + c_r \cot \phi_r \right\} \cdot \left(\frac{R_p}{R_u} \right)^{\frac{2 \sin \phi_r}{1+\sin \phi_r}} - c_r \cot \phi_r \quad (53)$$

5 对比分析

为了与不考虑软土结构性损伤的理想弹塑性模型^[2]、考虑软土结构性损伤的应力一次跌落应变软化模型^[4]及其三折线应变软化模型^[8-10]进行对比,依据天津某软土地 PHC 管桩基础工程进行现场

测斜监测,测斜点距桩中心的距离为 2、4、8 m,监测的深度为 27 m,地下水位埋深为-2.8 m,对 10 m 深度处土体通过固结不排水三轴试验得到相关参数,用上述四种方法进行塑性半径、软化半径、极限扩张压力及理论水平位移的计算,并与实测位移进行比较,相关土层的物理力学性质见表 1,不同模型的参数见表 2。

PHC 管桩的外径为 0.5 m,假定扩张后的孔径为 0.6 m,通过对四种模型的柱形孔扩张理论进行计算^[11],可得到塑性区半径、软化半径、极限扩张压力及 2、4、8 m 处的水平位移,见表 3。

表 1 土层物理力学参数表
Table 1 Physical parameters of soil

土层名称	平均厚度 /m	黏聚力 /kPa	内摩擦角 /(°)	含水率 /%	天然重度 /(kN/m ³)
冲填土	4	3.0	25.6	21.8	19.2
淤泥质黏土	5	10.9	9.6	30.9	18.2
淤泥质粉质黏土	5	10.0	7.5	48.3	17.3

表 2 模型参数
Table 2 Parameters of different models

模型类别	内摩擦角 $\varphi/(^\circ)$	黏聚力 c/kPa	残余内摩擦角 $\varphi_{cr}/(^\circ)$	残余黏聚力 c_{cr}/kPa	泊松比 μ	弹性模量 E/MPa	γ	δ	β
四折线模型							3.075	1.187	
三折线模型	12.1	14.6	8.6	11.4	0.42	5			1.46
应力一次跌落模型									
理想弹塑性模型									

注: γ 为四折线模型中开始软化处的应变与第 1 塑性区开始屈服处应变的比值; δ 为四折线模型中第 2 塑性区开始屈服处应变与开始软化处应变的比值; β 为三折线模型中开始进入塑性区处应变与开始软化处应变的比值,内摩擦角、黏聚力、残余内摩擦角和残余黏聚力通过固结不排水试验得到。

表 3 不同模型的计算结果
Table 3 Results of different models

模型类别	塑性半径/m	软化半径/m	极限扩张压力/kPa	2m 处水平位移/mm	4m 处水平位移/mm	8m 处水平位移/mm
四折线模型	第一塑性破坏区	2.73				
	第二塑性破坏区	1.10				
三折线模型	1.9	2.63	266.3	147	59	40
应力一次跌落模型	3.2		231.2	155	60	41
理想弹塑性模型	2.2		296.9	96	30	18
实测值				132	50	32

由表 1、2 可知,固结不排水三轴试验得到的内摩擦角和黏聚力与固结快剪的试验结果相比较,10 m 处土体为淤泥质粉质黏土,其应力-应变曲线为典型的应变软化型,具有较强的结构性。由表 3 可知,应力一次跌落模型的塑性半径最大,四折线模型和三折线模型的相差不大,理想弹塑性模型的最小;理想弹塑性模型的极限扩张压力最大,其次是四折线模型、三折线模型、应力一次跌落模型;四折线模型和理想弹塑性模型的位移计算值与实测值相比较小,且四折线模型的计算值与实测值较接近,三折线模型和应力一次跌落模型的计

算值与实测值相比较大,且三折线模型的计算值与实测值较为接近,对比四折线模型和三折线模型可知,四折线模型计算的位移值与实测值更为接近。

6 结 论

(1) 提出了四折线应变软化模型各直线段和相应参数的确定方法。

(2) 采用 Mohr-Coulomb 屈服准则和相关联流动法则,得到了桩周不同区域土体的位移、应力和应变,同时得到了极限软化区半径、极限破坏区半

径和极限扩张压力的计算公式。

(3) 结合工程实例, 将四折线应变软化模型与理想弹塑性模型、应力一次跌落应变软化模型和三折线应变软化模型的柱形孔扩张理论进行比较, 结果发现, 四折线模型和理想弹塑性模型的位移计算值与实测值相比较小, 三折线模型与应力一次跌落模型的位移计算值与实测值相比较大, 且四折线模型与三折线模型相比, 位移值更接近于实测值。

参考文献

- [1] 龚晓南, 李向红. 静力压桩挤土效应中的若干力学问题[J]. 工程力学, 2001, 17(4): 7—12.
GONG Xiao-nan, LI Xiang-hong. Several mechanical problems in compacting effects of static piling in soft clay ground[J]. *Engineering Mechanics*, 2001, 17(4): 7—12.
- [2] BUTTERFIELD R, BANERJEE P K. Application of electro-osmosis to soils[R]. UK: Department of Civil Engineering, Southampton Univ., 1968, 31(1): 709—715.
- [3] VESIC A S. Expansion of cavities in infinite soil mass[J]. *J. Soil Mech. Found. Div.*, 1972, 98(SM3): 265—290.
- [4] 蒋明镜, 沈珠江. 考虑材料应变软化的柱形孔扩张问题[J]. 岩土工程学报, 1995, 17(4): 10—19.
JIANG Ming-jing, SHEN Zhu-jiang. Expansion of cylindrical cavity of materials with strain-softening behavior[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 1995, 17(4): 10—19.
- [5] 姜珂. 考虑软黏土结构性损伤的静压桩沉桩规律分析[D]. 杭州: 浙江大学, 2003.
- [6] 方万军. 软土中管桩挤土效应分析及影响研究[D]. 杭州: 浙江大学, 2006.
- [7] 孙渝刚. 考虑软土结构性损伤的静压桩挤土效应研究[D]. 武汉: 华中科技大学, 2007.
- [8] 蒋明镜, 沈珠江. 考虑剪胀的线性软化柱形孔扩张问题[J]. 岩石力学与工程学报, 1997, 16(6): 550—557.
JIANG Ming-jing, SHEN Zhu-jiang. On expansion of cylindrical cavity with linear softening and shear dilatation behavior[J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 1997, 16(6): 550—557.
- [9] 萧琳琛, 谢新宇, 曹秀娟. 考虑土体结构性损伤的沉桩挤土效应解析分析[J]. 岩土力学, 2006, 27(增刊): 59—64.
XIAO Lin-chen, XIE Xin-yu, CAO Xiu-juan. Analytical solutions of squeezing effect caused by pile-driving in soil with structural damage[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2006, 27(Supp.): 59—64.
- [10] 蒋明镜, 沈珠江. 岩土类软化材料的柱形孔扩张统一解问题[J]. 岩土力学, 1996, 17(1): 1—8.
JIANG Ming-jing, SHEN Zhu-jiang. Unified solution to expansion of cylindrical cavity for geomaterials with strain-softening behavior[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 1996, 17(1): 1—8.
- [11] 龚晓南. 土塑性力学[M]. 杭州: 浙江大学出版社, 1990.
- [10] MALUSISAND M A, SHACKELFORD C D. Predicting solute flux through a clay membrane barrier[J]. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 2004, 130(5): 477—487.
- [11] 徐超, 李志斌, 高彦斌. 溶液特征对 GCL 膨胀和渗透特性的影响[J]. 同济大学学报(自然科学版), 2009, 37(1): 36—40.
XU Chao, LI Zhi-bin, GAO Yan-bin. Influence of solution characteristics on swelling and hydraulic performance of geosynthetic clay liner[J]. *Journal of Tongji University (Natural Science)*, 2009, 37(1): 36—40.
- [12] KOLSTAD D C, BENSON C H, EDIL T B. Hydraulic conductivity and swell of nonprehydrated geosynthetic clay liners permeated with multispecies inorganic solutions[J]. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 2004, 130(12): 1236—1249.
- [13] ZHANG Cong-zhi, ZHANG Jia-bao, XU Shao-hui, et al. Numerical simulation of reactive solute transport in saturated column of different soils[J]. *Advances in Water Science*, 2008, 19(4): 552—558.
- [14] JO H Y, BENSON C H, SHACKELFORD C D, et al. Long-term hydraulic conductivity of a geosynthetic clay liner permeated with Inorganic salt solutions[J]. *Journal of Geotechnical and Geo-environmental Engineering*, 2005, 131(4): 405—417.
- [15] 北京博克建筑化学材料有限公司、国家建筑材料测试中心. JGT 193—2006 钠基膨润土防水毯[S]. 北京: 中国标准出版社, 2006.
- [16] American Society for Testing and Materials (ASTM). D6766. Standard test method for evaluation of hydraulic properties of geosynthetic clay liners permeated with potentially incompatible liquids[S]. Philadelphia: ASTM, 2002.
- [17] ZHENG L, SAMPER J, MONTENEGRO L, et al. A coupled THMC model of a heating and hydration laboratory experiment in unsaturated compacted FEBEX bentonite[J]. *Journal of Hydrology*, 2010, 386: 80—94.
- [18] SHACKELFORD C D, BENSON C H, KATSUMI T, et al. Evaluating the hydraulic conductivity of GCLs permeated with non-standard liquids[J]. *Geotextiles and Geomembranes*, 2000, 18: 133—161.

上接第 3029 页